

Wat is zwaarder: één kilo veren of één kilo lood?

J. Dhaene, M.J. Goovaerts, R. Kaas

October 31, 2007

Beschouw een risicovrije obligatie met een looptijd van één jaar, met een huidige marktwaarde (of prijs) van € 100. Het rendement van zo'n obligatie wordt gegeven door r . Dit houdt in dat over een jaar, de houder ervan een bedrag € $100 e^r$ ontvangt. Beschouw daarnaast een aandeel dat nu ook € 100 kost. De waarde hiervan na een jaar is stochastisch, zeg € $100 e^X$ waar X een normaal verdeelde kansveranderlijke is met verwachting $\mu - \sigma^2/2$ en variantie σ^2 . De parameter μ wordt de 'drift' van het aandeel genoemd, en σ heet de volatiliteit. De waarde van het aandeel over een jaar is een lognormale kansveranderlijke, met als verwachte waarde

$$E[100 e^X] = 100 e^\mu.$$

We doen de plausibele aanname dat $r < \mu$, wat inhoudt dat de verwachte opbrengst van de obligatie in een jaar kleiner is dan die van het aandeel:

$$100 e^r < 100 e^\mu.$$

De hogere verwachte opbrengst van het aandeel ten spijt hebben beide op het huidige moment dezelfde marktwaarde, omdat kopers van het aandeel gecompenseerd wensen te worden voor het feit dat zo meer risico lopen op hun belegging. In deze zin kan men zeggen dat bij de bepaling van de marktwaarde van beide financiële instrumenten rekening is gehouden met het gelopen risico.

Bekijken we nu een pensioenfonds met een schuld (verplichting) op tijdstip 1 ten bedrage van € $100 e^r$. Deze kan perfect gerepliceerd worden door een zero-coupon bond. De marktwaarde van de schuld van het fonds is dan gelijk aan € 100, en dat is dan de marktwaarde van de 'replicating portfolio'. Om deze toekomstige schuld te kunnen voldoen moet het fonds een zekere hoeveelheid financiële middelen aanhouden. De vraag gesteld in 'De Actuaris' is als volgt: 'Moet de hoeveelheid geld opzijgezet door het pensioenfonds afhangen van hoe dit geld belegd is'? Met andere woorden: risico is reeds verwerkt is in de marktprijzen van de obligatie en het aandeel, is het dan nog redelijk dat de toezichhouder een grotere buffer verlangt voor beleggingen in aandelen dan in obligaties?

Om deze vraag te kunnen beantwoorden, kijken we eerst naar de situatie dat het management van het pensioenfonds beslist om slechts in risicovrije obligaties te

beleggen. In dit geval zal een belegging van € 100 precies de schuld van € 100 e^r over een jaar dekken. De middelen dekken dan precies de verplichtingen, dus er is geen risico van een tekort.

Vervolgens bekijken we de situatie dat men besluit een bedrag € 100 te investeren in het aandeel om aan de verplichting te kunnen voldoen. In dit geval verschilt de beleggingsportefeuille van de ‘replicating portfolio’, met als gevolg dat er een kans is op een tekort. Om precies te zijn wordt de kans dat het fonds niet kan voldoen aan zijn verplichtingen gelijk aan

$$\Pr [100 e^X < 100 e^r] = \Pr [X < r].$$

Vergelijkt men beide beleggingsstrategieën, dan is de tweede duidelijk riskanter. Naast de mogelijkheid van een hoger investeringsrendement is er dan ook een risico van een tekort, dat de toezichthouder zal willen vermijden. Om die reden zal de toezichthouder in het tweede geval geen genoegen nemen met assets ten bedrage van € 100. Laten we aannemen dat deze als solvabiliteitsvereiste oplegt dat de bezittingen met kans ten hoogste 0.5% onvoldoende mogen zijn. Dat komt neer op het aanhouden van een extra ‘buffer’ van € K , die bepaald wordt uit:

$$\Pr [(100 + K) e^X \geq 100 e^r] = 99.5\%.$$

Deze solvabiliteitseis kan als volgt worden herschreven:

$$\Pr \left[X \geq r + \ln \left(\frac{100}{100 + K} \right) \right] = 99.5\%.$$

Dit komt neer op

$$r + \ln \left(\frac{100}{100 + K} \right) = F_X^{-1}(0.005),$$

waar $F_X^{-1}(0.005)$ het 0.005-kwantiel van de verdeling van X voorstelt. Oplossen van deze vergelijking naar K levert op

$$\frac{K}{100} = \exp [- (\mu - r) - \sigma \Phi^{-1}(0.005)] - 1,$$

waarbij Φ^{-1} de inverse van de standaard normale verdelingsfunctie voorstelt. Er geldt $\Phi^{-1}(0.005) = -2.58 < 0$.

Men ziet direct uit deze uitdrukking dat hoe groter de drift μ van het aandeel is, hoe lager de benodigde buffer K . Maar bij grotere volatiliteit σ is een grotere buffer nodig. Bij een hogere toegestane ruïnekans dan 0.5% mag de buffer kleiner zijn. Een numerieke illustratie:

- voor $(r, \mu, \sigma) = (4\%, 8\%, 15\%)$ geldt $K = 41$;
- voor $(r, \mu, \sigma) = (4\%, 6\%, 15\%)$ is een grotere buffer $K = 44$ nodig;
- voor $(r, \mu, \sigma) = (4\%, 8\%, 20\%)$ is de benodigde buffer $K = 61$.

Beschouw als speciaal geval $X \equiv r$, oftewel alles wordt belegd in de risicovrije obligatie. Dan geldt $\mu = r$ en $\sigma = 0$. In dit geval geldt $K = 0$, dus er is geen extra buffer nodig; de ruïne kans is gelijk aan 0.

Conclusie

Bij marktwaardering draait het om prijsbepaling, bij solvabiliteit om het vermijden van insolventie. De marktwaarde van een belegging of een verplichting is in principe gebaseerd op een volledig beeld van de toekomst: zowel met een hoog mogelijk rendement als met lage of zelfs negatieve opbrengsten wordt rekening gehouden. De toezichthouder daarentegen heeft een eenzijdige blik op het geheel. Hij kijkt alleen naar het risico van een tekort, wat, met aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid, vermeden moet worden. Beleggen in aandelen, met zijn mogelijk hogere potentiële rendement, geeft ook een kans op een tekort. De toezichthouder richt zich daarop, en zal het aanhouden van een buffer vereisen om met voldoende grote kans uit de rode cijfers te blijven.

Een kilo lood is equivalent aan een kilo veren, in de zin dat beide hetzelfde gewicht hebben. Maar het is een heel andere zaak als men één van de twee van enige hoogte op het hoofd geworpen krijgt. Evenzo is het aanhouden van € 100 aan obligaties alleen equivalent aan de aanschaf van € 100 aan aandelen als men in termen van de huidige marktwaarde denkt. Maar ze representeren niet hetzelfde risico op een tekort.

De belegger heeft in de eerste plaats oog voor positieve beleggingsresultaten en is, afhankelijk van zijn houding ten opzichte van risico, bereid meer of minder risico te nemen om de marktwaarde van zijn beleggingsportefeuille te laten toenemen. Er is met andere woorden een afweging tussen de mogelijkheden van positieve zowel als negatieve beleggingsresultaten.

De toezichthouder heeft als taak zich te richten op de mogelijkheid dat niet voldaan kan worden aan de verplichtingen en hoe dat te vermijden. Hierbij richt deze zich op het risico dat de beleggingsresultaten te laag uitvallen, en hoe te voorkomen dat deze gebeurtenis de solvabiliteit van het pensioenfonds in het gedrang brengt. Bij beleggen in aandelen is de kans op insolventie groter dan bij obligaties, vandaar dat dan ook een grotere buffer vereist is.